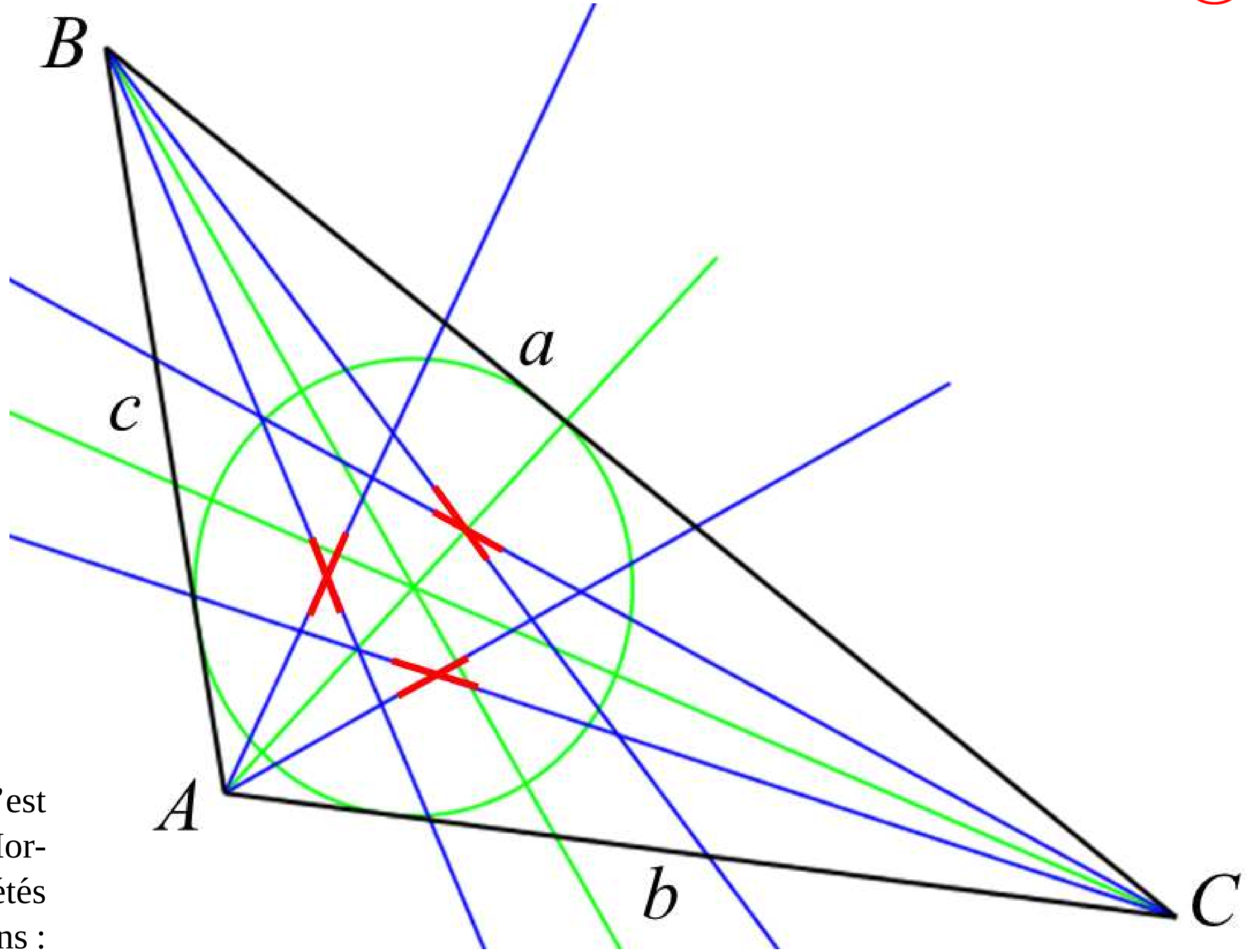
THEOREM OF THE DAY

Le Miracle de Morley *Dans un triangle quelconque, les trois points d'intersection des trisectrices adjacentes de ses angles forment un triangle équilatéral.*



Les lignes bleues sur l'image à droite sont les trisectrices d'angle. Les paires adjacentes s'intersectent comme indiqué et le théorème affirme que ces intersections sont équidistantes par paires. On peut calculer cette distance : curieusement, elle implique les trois bissectrices d'angle du triangle, représentés en vert. Leur unique point d'intersection est le centre du **cercle inscrit** qui est unique et tangent aux trois côtés du triangle. Il est également tracé en vert. Si R est son rayon, et les angles du triangle sont $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$, alors les intersections des trisectrices adjacentes sont équidistantes les unes des autres, de

$$8R\sin\left(\frac{\angle A}{3}\right)\sin\left(\frac{\angle B}{3}\right)\sin\left(\frac{\angle C}{3}\right).$$

Cela nous donne, en outre, l'aire du triangle dit de Morley, étant donné que l'aire d'un triangle équilatéral de côtés de longeur x est égale à $x^2\sqrt{3}/4$. Par souci d'exhaustivité nous pouvons indiquer les formules pour le centre I_c du cercle inscrit et son rayon I_r pour un triangle dont les sommets sont les points A, B et C, et a, b et c sont les longueurs des côtés opposés respectifs : $I_c = (aA + bB + cC)/(a + b + c)$ et $I_r = 2(\text{aire de } ABC)/(a + b + c)$.

Le diagramme ici semble bien chargé ! Mais c'est peut-être approprié puisque la découverte de Morley est émergé de ses recherches sur les propriétés d'incidence des ensembles de lignes dans les plans : les cercles inscrits et circonscrits des points d'intersection, les intersections de ces circles, et ainsi de suite. Il peut sembler surprenant qu'une propriété aussi frappante des triangles soit postérieure à l'époque d'Euclide de plus de deux milles ans. Ou peut-être, inversement, ce temps écoulé pourrait témoigner de la profondeur de la recherche de Morley. On peut aussi supposer que, sous l'influence des mathématiques grecques, le souci avait longtemps été de découvrir *comment* calculer les trisectrices d'angle avant d'en étudier les propriétés.

merci à M.M.

Lien externe : publimath.univ-irem.fr/biblio/AAP88002.htm de Jean Aymès
À lire : *Géométrie vivante : ou l'échelle de Jacob*, par Marcel Berger, Cassini, 2009.